

Задача 10.1. «Серый» ящик.

В «сером» ящике (синий электронный компонент с тремя выводами) находится электрическая цепь, схема которой представлена на рис. 1. Цепь состоит из двух резисторов R_1 и R_2 ($R_1 > R_2$). Нумерация выводов «серого» ящика изображена на рисунке 2.

Определите сопротивление резисторов R_1 и R_2 . Укажите соответствие точек A , B , C схемы номерам выводов «серого ящика».

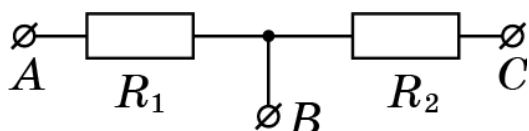


Рис. 1. Схема цепи в «сером» ящике.

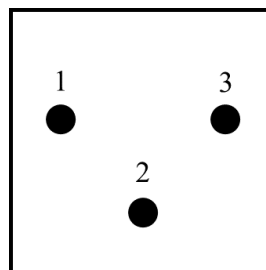


Рис. 2. Нумерация выводов в «сером» ящике.

Примечание: выданный вам источник питания содержит батарейку, напряжение которой U , и включенный последовательно с ней резистор сопротивлением $r = 1\,000$ Ом (рис. 3).

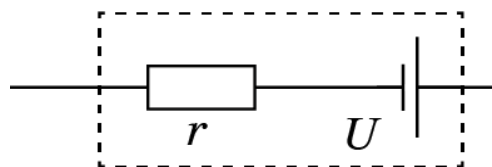


Рис. 3. Схема источника.

Оборудование: «серый» ящик, вольтметр (мультиметр в режиме вольтметра), источник питания.

Внимание: Отрывать наклейки от мультиметра, а также вынимать из него щупы запрещается! **Нарушившие это требование получают за выполнение задания 0 баллов!**

Возможное решение.

- Предварительные эксперименты с выданным оборудованием приводят к выводу, что
 - При последовательном соединении вольтметра с Источником, а затем вольтметра с Источником и одним из резисторов убеждаемся, что внутреннее сопротивление вольтметра соизмеримо с внутренним сопротивлением источника и его необходимо учитывать при вычислении сопротивлений цепи.
 - Чем меньше сопротивление резистора, включенного последовательно с вольтметром и Источником, тем больше будут показания вольтметра. При подключении к Источнику параллельно соединенных резистора из «серого» ящика и вольтметра результат будет противоположный: чем меньше сопротивление резистора, тем меньше напряжение на вольтметре). Таким образом, легко установить и проверить соответствие выводов схемы А, В, С и выходов «серого ящика» 1, 2, 3.

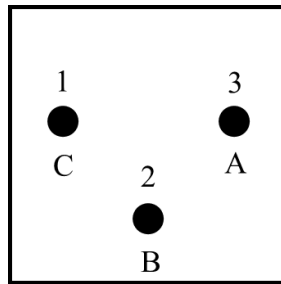
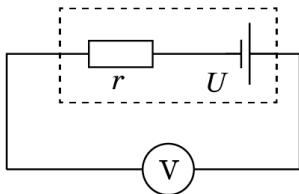
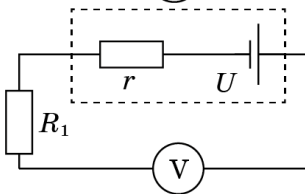


Рис. 4. Соответствие нумерации выводов «серого» ящике маркировке выводов схемы.

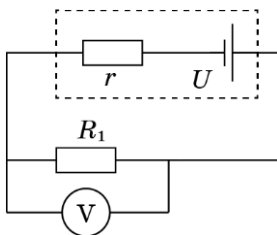
- Для наиболее точного определения сопротивлений резисторов в «сером» ящике проведем описанные ниже измерения и, в соответствии с законом Ома, запишем выражения для напряжений на вольтметре U_0 , U_1 , U_2 в каждом случае (здесь R_B – сопротивление вольтметра, все остальные обозначения соответствуют обозначениям в условии задачи).



$$U_0 = U \frac{R_B}{r + R_B}. \quad (1)$$



$$U_1 = U \frac{R_B}{r + R_1 + R_B}. \quad (2)$$



$$U_2 = U \frac{R_1 R_B}{r R_1 + R_1 R_B + r R_B}. \quad (3)$$

Запишем выражения (1) – (3) в обратных величинах:

$$\frac{1}{U_0} = \frac{1}{U} + \frac{1}{U} \frac{r}{R_B}. \quad (4)$$

$$\frac{1}{U_1} = \frac{1}{U} + \frac{1}{U} \frac{r}{R_B} + \frac{1}{U} \frac{R_1}{R_B}. \quad (5)$$

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1}{U} + \frac{1}{U} \frac{r}{R_B} + \frac{1}{U} \frac{r}{R_1}. \quad (6)$$

Вычтем (4) из (5) и (6):

$$\frac{U_0 - U_1}{U_0 U_1} = \frac{1}{U} \frac{R_1}{R_B}. \quad (7)$$

$$\frac{U_0 - U_2}{U_0 U_2} = \frac{1}{U} \frac{r}{R_1}. \quad (8)$$

Разделим (4) на (7) и (4) на (8):

$$\frac{U_1}{U_0 - U_1} = \frac{R_B + r}{R_1}. \quad (9)$$

$$\frac{U_2}{U_0 - U_2} = R_1 \frac{r + R_B}{r R_B}. \quad (10)$$

Умножим (9) на (10):

$$\frac{U_1 U_2}{(U_0 - U_1)(U_0 - U_2)} = \frac{(r + R_B)^2}{r R_B}. \quad (11)$$

Обозначив левую часть (11) через k , получим квадратное уравнение для R_B

$$(r + R_B)^2 = k r R_B$$

Его решение

$$R_B = \frac{r}{2} \left(k \pm k \sqrt{1 - \frac{4}{k}} - 2 \right). \quad (12)$$

Теперь пришло время вычислить k . Для использовавшейся цепи значения напряжений получились такие: $U_0 = 1668$ мВ, $U_1 = 985$ мВ, $U_2 = 1213$ мВ. Получается, что $k \approx 3,85$.

Поскольку значение параметра k очень близко к 4, то слагаемым с корнем в (12) можно пренебречь, и тогда получается, что $R_B \approx r$.

Теперь из (9) находим сопротивление R_1 :

$$R_1 \approx 2r \frac{U_0 - U_1}{U_1} \approx 1,4 \text{ кОм.}$$

Проводя аналогичные измерения, ищем R_2 . Получаем $U'_1 = 1334$ мВ, $U'_2 = 842$ мВ.

Тогда $R_2 \approx 0,5$ кОм.

ЛШ Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.
Экспериментальный тур. 23 января 2019 г.

Критерии оценивания (15 баллов)

| | | |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1) | Установлена «неидеальность» вольтметра | 1 балл |
| 2) | Описана правильная методика сравнения сопротивлений резисторов в «сером» ящике | 1 балл |
| 3) | Приведены результаты измерений напряжения при подключении «серого» ящика к цепи (состоящей из вольтметра и источника) различными выводами | 1 балл |
| 4) | Установлено соответствие номеров выводов «серого» ящика и маркировки на схеме (С – 1, В – 2, А – 3) | 2 балла |
| 5) | Составлена система из трёх уравнений, связывающих сопротивления r , R_B и одного из резисторов (по 1 баллу за каждое уравнение) | 3 балла |
| 6) | Измерены напряжения U_0 , U_1 , U_2 | 1 балл |
| 7) | Найдено сопротивление R_1 [330; 850] Ом | 3 балла |
| 8) | Найдено сопротивление R_2 [870; 1930] Ом | 3 балла |

Задание 10.2. Теплоёмкость резистора.

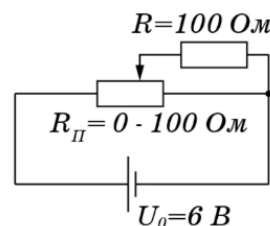
С помощью выданного оборудования определите:

- 1) зависимость мощности тепловых потерь резистора от его температуры (постройте график).
- 2) теплоёмкость резистора.

Оборудование: резистор сопротивлением $R \approx 100$ Ом, чашка, регулируемый источник постоянного напряжения (далее Источник, сборка описана ниже), мультиметр, термометр, секундомер, соединительные провода, отдельный зажим типа «крокодил», скотч и ножницы по требованию.

Подготовка электрической части установки (сборка Источника).

- 1) Вставьте батарейки в батарейный отсек.
- 2) Подключите выводы батарейного отсека к крайним контактам потенциометра.
- 3) Напряжение между центральным и одним из крайних (любым) контактом потенциометра будет меняться в зависимости от положения поворотной ручки.
- 4) Источник готов к применению. Для дальнейших измерений подключите резистор к центральному и одному из крайних контактов потенциометра.



Подготовка тепловой части установки.

- 1) Закрепите резистор на чашке при помощи соединительных проводов и скотча так, чтобы он располагался вблизи оси чашки, как показано на фотографии слева.



- 2) Присоедините резистор при помощи проводов к клеммам Источника. Параллельно подключите вольтметр.
- 3) Включите термометр. Он должен показывать комнатную температуру. Его чувствительный элемент – диод на конце двух проводов, выходящих из корпуса термометра. Подвиньте изолирующую пластиковую трубку на одном из проводов так, чтобы чувствительный элемент термометра был доступен для прямого контакта с поверхностью резистора.
- 4) При помощи зажима типа «крокодил» закрепите щуп термометра на краю чашки. Чувствительный элемент должен плотно соприкасаться с поверхностью резистора (как на фото справа). Считайте, что показания термометра соответствуют средней температуре резистора. **В ходе эксперимента резистор и чувствительный элемент нельзя перемещать относительно друг друга!**

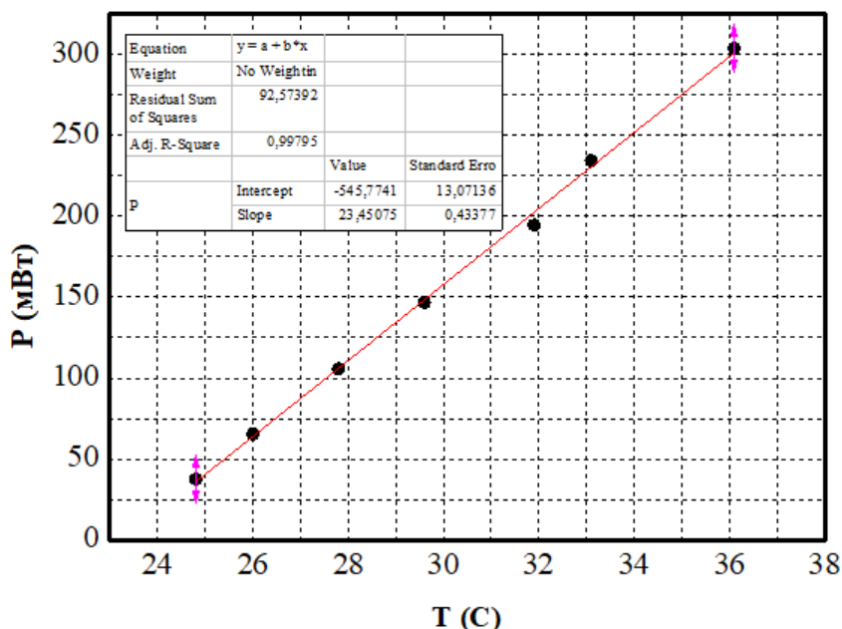
Возможное решение.

Мощность, выделяющаяся на резисторе при протекании через него электрического тока, рассчитывается по формуле $P_{\text{Э}} = U^2 / R$, где $P_{\text{Э}}$ – мощность, U – напряжение на резисторе и R – его сопротивление. Считаем, что сопротивление резистора в исследуемом диапазоне температур не изменяется и равно 100 Ом.

В состоянии динамического равновесия (когда температура не изменяется) мощность электрического тока равна мощности тепловых потерь. Мощность тепловых потерь пропорциональна разности температур резистора и окружающего воздуха: $P_{\text{П}} = a(T - T_0)$. Для качественного исследования линейной зависимости необходимо измерить не менее 7-ми точек.

| | | | | | | | | |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| $U, \text{В}$ | 5,51 | 4,41 | 4,84 | 3,83 | 3,25 | 2,56 | 1,94 | 0 |
| $P_{\text{Э}}, \text{мВт}$ | 303,6 | 194,5 | 234,3 | 146,7 | 105,6 | 65,5 | 37,6 | 0,0 |
| $T, \text{°C}$ | 36,1 | 31,9 | 33,1 | 29,6 | 27,8 | 26 | 24,8 | 23,1 |

График зависимости $P_{\text{Э}}(T) = P_{\text{П}}(T)$ приведён ниже:



Мы видим, что зависимость хорошо аппроксимируется линейной функцией.

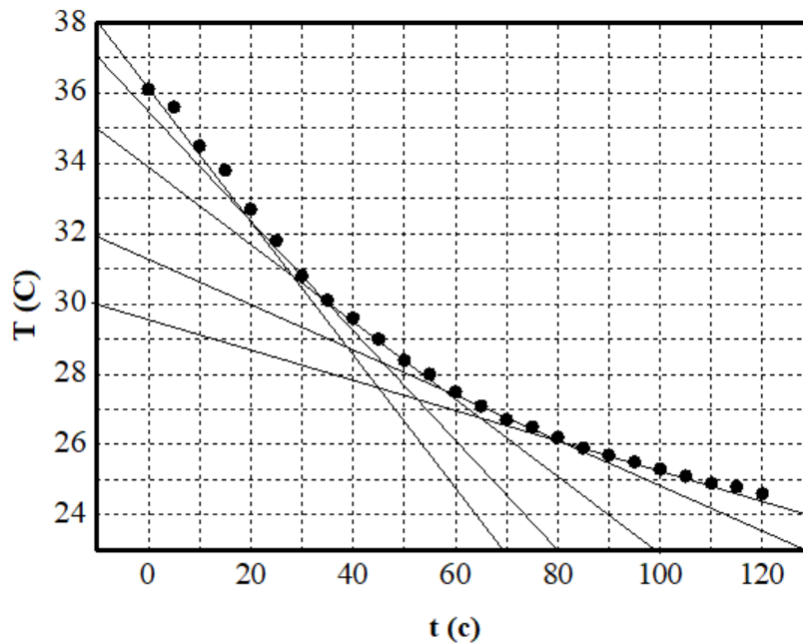
$$P = a(T - T_0).$$

Коэффициент теплопроводности a можно найти из углового коэффициента графика зависимости $P(T)$. В данном случае $a \approx 23,5 \text{ мВт/°C}$.

Отключим Источник и исследуем процесс охлаждения резистора за счёт тепловых потерь – получим зависимость температуры T остывающего резистора от времени t .

| | | | | | | | | | |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\tau, \text{с}$ | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| $T, \text{°C}$ | 36,1 | 35,6 | 34,5 | 33,8 | 32,7 | 31,8 | 30,8 | 30,1 | 29,6 |
| $\tau, \text{с}$ | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 |
| $T, \text{°C}$ | 29,0 | 28,4 | 28,0 | 27,5 | 27,1 | 26,7 | 26,5 | 26,2 | 25,9 |
| $\tau, \text{с}$ | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | | |
| $T, \text{°C}$ | 25,7 | 25,5 | 25,3 | 25,1 | 24,9 | 24,8 | 24,6 | | |

График зависимости $T(\tau)$ приведён ниже.



Мы видим, что эта зависимость нелинейная. Ее исследование можно провести несколькими способами.

1-й ВАРИАНТ

Скорость падения температуры зависит от теплоёмкости резистора и мощности теплопередачи:

$$\frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{Q}{C \Delta \tau} = \frac{P_{II}}{C}.$$

Так как мы знаем все параметры, необходимые для расчёта мощности тепловых потерь $P_{II} = a(T - T_0)$, то мы можем рассчитать теплоёмкость через мгновенную скорость падения температуры в какой либо момент времени:

$$\frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{P_{II}}{C} = \frac{a(T - T_0)}{C} \Rightarrow C = \frac{a(T - T_0)}{\frac{\Delta T}{\Delta \tau}}.$$

Скорость падения температуры можно найти через наклон касательной к графику $T(\tau)$. Данные вычисления необходимо провести для нескольких моментов времени (**не менее 5**) и усреднить значение C , для уменьшения погрешности.

В данном случае получается $C \approx 1,1$ Дж/°С.

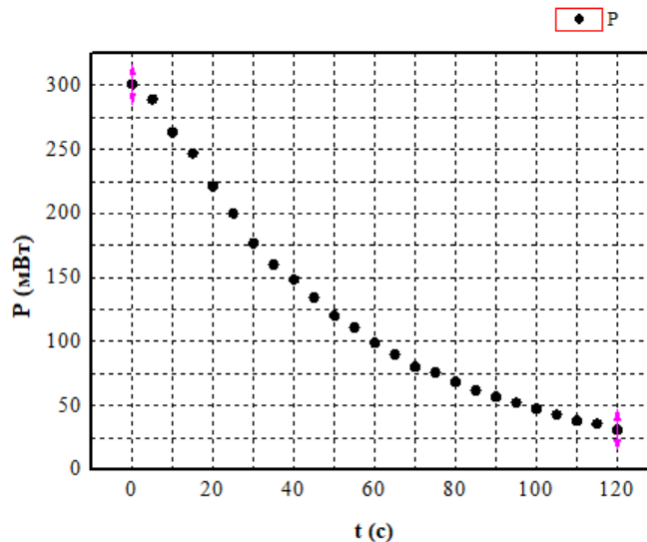
2-й ВАРИАНТ

Используя две таблицы, построим график зависимости мощности тепловых потерь от времени при остывании резистора.

Площадь под этим графиком имеет смысл количества теплоты Q , выделившегося в резисторе за соответствующее время. В частности, площадь на графике в интервале от 20 с до 60 с соответствует остыванию от 32,7°С до 26,2°С.

Уравнение теплового баланса даёт:

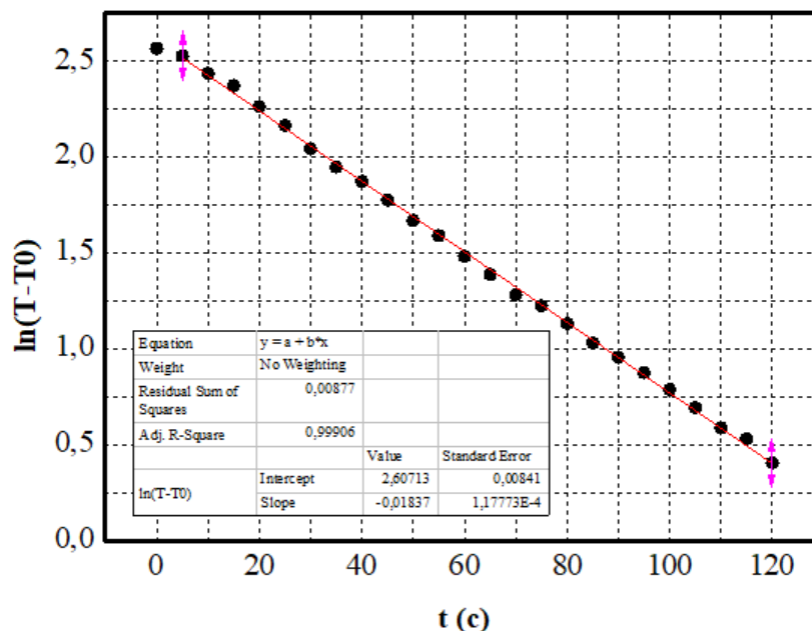
$$Q = C \Delta T \rightarrow C = \frac{Q}{\Delta T}.$$



Площадь под графиком (количество теплоты) можно примерно найти, разбив криволинейную фигуру на трапеции и просуммировав площадь этих трапеций. Для рассматриваемого примера получается $Q \approx 78$ Дж, а $C \approx 1,2$ Дж/°С, что близко к предыдущему результату.

3-й ВАРИАНТ

Некоторые школьники могут использовать логарифмы. Предполагая, что закон изменения температуры со временем экспоненциальный, можно построить график зависимости $\ln(T/T_0)$ от времени.



Данный график близок к линейному, а угловой коэффициент равен по модулю отношению a/C . Если данным способом получен правильный ответ, то его нужно оценивать полным баллом. Для рассматриваемого нами случая такой способ обработки дает результат $C = 1,3$ Дж/°С.

ЛШ Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.
Экспериментальный тур. 23 января 2019 г.

Критерии оценивания (15 баллов)

| | | |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1) | Получена теоретическая зависимость установившейся температуры T поверхности резистора от мощности электрического тока P | 1 балл |
| 2) | Измерена зависимость установившейся температуры T поверхности резистора от мощности электрического тока P : <i>Не менее 7-ми точек</i> <i>Не менее 5-ти точек</i> <i>Менее 5-ти точек</i> | 2 балла 2 балла 1 балл 0 баллов |
| 3) | Построен график зависимости $P(T)$ Из этих двух баллов: <i>Подписаны оси, указаны единицы измерения</i> <i>Равномерная оцифровка шкал, график занимает не менее 70% рисунка</i> <i>Правильно перенесены все точки из таблицы</i> | 2 балла 0,5 балла 0,5 балла 1 балл |
| 4) | Определён коэффициент теплопередачи a <i>не менее чем по 5-ти точкам</i> <i>менее чем по 5-ти точкам</i> | 1 балл 1 балл 0 баллов |
| 5) | Снята зависимость температуры T резистора от времени τ при его остывании <i>Не менее 7-ми точек</i> <i>Не менее 5-ти точек</i> <i>Менее 5-ти точек</i> | 2 балла 2 балла 1 балл 0 баллов |
| 6) | Получена правильная расчётная формула для теплоёмкости резистора C (для любого варианта обработки экспериментальных данных) | 2 балла |
| 7) | Рассчитана теплоёмкость резистора C : <i>Хорошее усреднение:</i> <i>Вариант 1: не менее 5-ти точек</i> <i>Вариант 2: не менее 3-х интервалов для площади</i> <i>Вариант 3: не менее 5-ти точек на логарифмическом графике</i> <i>Плохое усреднение:</i> <i>Вариант 1: не менее 3-х точек</i> <i>Вариант 2: не менее 2-х интервалов для площади</i> <i>Вариант 3: не менее 3-х точек на логарифмическом графике</i> <i>Нет усреднения:</i> | 3 балла 3 балла 1 балл 0 баллов |
| 8) | Попадание C в интервал значений: <i>Попадание в узкий интервал [1,0; 1,4] Дж/°С</i> <i>Попадание в широкий интервал [0,85; 1,55] Дж/°С</i> <i>Нет попадания в широкий интервал:</i> | 2 балла 2 балла 1 балл 0 баллов |